Modern fejlemények a kvantumelméletben

Bevezetés

Ádám Péter, Diósi Lajos

Elméleti Fizikai Iskola
Tihany, 2010. augusztus 30. - szeptember 3.

Iskola témája, bevezetés célja

Iskola témája

- kvantumoptika és kvantuminformatika
  - koherencia, dekoherencia, összefonódás, mérés, fundamentális problémák

Bevezetés célja

- tudományterület tárgya, viszonya más területekhez, kísérlet-elmélet kapcsolata
- bevezetés a kvantumoptikába és kvantuminformatikába, alapok, áttekintés (bepillantás)
- fundamentális kvantummechanikai problémák és kísérletek, áttekintés

Tartalomjegyzék

Nyitott alapkérdések

Kvantum$\Longleftrightarrow$Klasszikus viszony
Dichotóm XX.sz.-i fizika: terhes kettősség (Bohr, Neumann)

- Csak metafizikai probléma?
- Nem! — emiatt nincs kvantum-gravitációs elmélet
- Megoldás: $\Longrightarrow$ vagy $\Longleftarrow$ vagy $\Longleftrightarrow$
- Zeilinger kísérlet: C_{60} interferencia (1999)

Kvantum nonlokalitás: izgalmas kvantum-korrelációk

- Összefonódottság: $\psi(x,y) \neq \psi(x)\psi(y)$
- Bell nemlokalitás elmélete (1964)
- Aspect kísérlet: Bell-lokalitás tényleg sérül laborban (1981)
- Gisin/Salart kísérlet: két város között is (2008)

Terhes dichotómia 1 - Bohr, (von) Neumann

Zárt kvantum rendszer $\hat{\rho}$ állapota *determinisztikusan és reverzibilisen* fejlődik:

$$\frac{d\hat{\rho}}{dt} = -\frac{i}{\hbar}[\hat{H}, \hat{\rho}] \ .$$

Csakhogy a $\hat{\rho}(t)$ állapot értelmezéséhez egy külön recept kell, ez a (von) Neumann méréselmélet, mely *statisztikus és irreverzibilis*.

Egy $\hat{A}$ fizikai mennyiség *mérés*e általában véletlenszerű eredményre vezet a $\hat{\rho}$ állapotban. Legyen $\hat{A}$ spektrálfelbontása $\hat{A} = \sum_\lambda A_\lambda \hat{P}_\lambda$, így $p_\lambda = tr(\hat{P}_\lambda \hat{\rho})$ valószínűséggel a mért érték valamelyik A_λ sajátérték, és a *szelektív* mérés utáni állapot

$$\hat{\rho} \to \frac{1}{p_\lambda} \hat{P}_\lambda \hat{\rho} \hat{P}_\lambda \qquad \textit{kollapszus},$$

a nem-szelektív (átlagolt) mérés utáni pedig

$$\hat{\rho} \to \sum_\lambda \hat{P}_\lambda \hat{\rho} \hat{P}_\lambda \qquad \textit{'áldott' dekoherencia}.$$

Ezt ma *projektív* mérésnek hívjuk, mert ...

Terhes dichotómia 2 - Bohr, (von) Neumann

... már Neumann is tudta, hogy ezzel egyenértékű az általánosított (nem-projektív, ill. 'életlen') mérés. Ez lehet egy adott $\hat{A}$ mennyiség 'elkent' mérése, de az is lehet, hogy a mérési információ nem köthető egyetlen fizikai mennyiséghez.

Egy *általánosított* mérést egy $\{\hat{M}_\lambda\}$ operátorhalmaz definiál, ahol λ akár diszkrét, akár folytonos index is lehet, az operátorok lehetnek nem-Hermitikusak is, az egyetlen megkötés a normálás:

$$\sum_\lambda \hat{M}_\lambda^\dagger \hat{M}_\lambda = \hat{I}$$

Az így megadott általánosított mérés a $\hat{\rho}$ állapoton $p_\lambda = tr(M_\lambda^\dagger \hat{M}_\lambda \hat{\rho})$ valószínűséggel valamely λ mért értékre vezet, és a mérés utáni állapot

$$\hat{\rho} \to \frac{1}{p_\lambda} \hat{M}_\lambda \hat{\rho} \hat{M}_\lambda^\dagger \quad \text{kollapszus;} \quad \hat{\rho} \to \sum_\lambda \hat{M}_\lambda \hat{\rho} \hat{M}_\lambda^\dagger \quad \text{áldott dekoherencia}$$

A projektív mérés az $\hat{M}_\lambda = \hat{P}_\lambda$ speciális eset. De: minden általánosított mérés megkonstruálható, mint projektív mérés egy, az eredeti kvantum rendszerhez csatolt 'ancilla' rendszeren.

Terhes dichotómia 3 - Feloldások, Q$\Longrightarrow$C

A méréselmélet egy tökéletes kvantum$\Longrightarrow$klasszikus recept, ha a kvantum rendszerünk egy klasszikus kimenetű mérőhöz csatoljuk. Jobb lenne egy Lorentz invariáns dinamikai formalizmus a recept helyett. Ha az egész Univerzum kvantált (pl. kvantumgravitáció) akkor nem marad hely a klasszikus kimenetű mérőnek. Ez utóbbi a végső (és egyetlen komoly) bajunk a (von) Neumann recepttel.

Feloldás, rengeteg javaslat:

- Bohm: determinisztikus trajektóriák, de véletlen kezdeti feltételek
- Everett: egy $|\Psi\rangle$ állapotvektor az Univerzumra de: *sok-világ*
- Zeh-Zurek: környezeti dekoherencia utánozza a mérést
- GRW,Gisin,Dsi: vmely egyetemes dekoherencia utánozza a mérést
- Gell-Mann—Hartle: zárt kvantum rendszerben *dekoherens históriák*
- Fman,Kházi^{FL},Dsi,Prose: gravitációs dekoherencia utánozza a mérést
- Dsi,Prose,Geszti: gravitációs saját-átlagtér 'utánozza' a mérést

Terhes dichotómia 4 - Nyitott rendszer paradigma

A (von) Neumann mérés során $\hat{\rho}$ blokk-diagonálissá válik (áldott dekoherencia), ezt le lehet vezetni a természetes *környezeti* vagy egy egyetemes (hipotetikus) hatásként szokásos unitér dinamikából. A paradigma: *rendszer—tartály* összetett dinamika, másnéven

Nyitott (kvantum) rendszer

$\hat{H} \otimes \hat{I}_R + \hat{I} \otimes \hat{H}_R + \sum_k \hat{A}_k \otimes \hat{R}_k \quad \Rightarrow \quad \hat{U}_t$

$\hat{\rho} \to \hat{\rho} \otimes \hat{\rho}_R \to \hat{U}_t \hat{\rho} \otimes \hat{\rho}_R \hat{U}_t^\dagger \to tr_R(\hat{U}_t \hat{\rho} \otimes \hat{\rho}_R \hat{U}_t^\dagger) = \hat{\rho}(t)$

Born-Markov közelítésben a Lindblad^{GKS} (1976) mászter egy. adódik:

$$\frac{d\hat{\rho}}{dt} = \mathcal{L}\hat{\rho} = -\frac{i}{\hbar}[\hat{H}', \hat{\rho}] - \frac{1}{\hbar^2} \sum_{kl} D_{kl} \left(2\hat{A}_k \hat{\rho} \hat{A}_l - \{\hat{A}_l \hat{A}_k, \hat{\rho}\} \right)$$

$D_{kl} \geq 0$ dekoherencia mátrix. Ha diagonalizálom:

$$-\frac{1}{\hbar^2} \sum_{\alpha} \left(\hat{L}_\alpha \hat{\rho} \hat{L}_\alpha^\dagger - \frac{1}{2}\{\hat{L}_\alpha^\dagger \hat{L}_\alpha, \hat{\rho}\} \right)$$

Terhes dichotómia 5 - Kvantumos kísérletek 'nehéz' testekkel

Everett (1957): egyetlen $|\Psi\rangle$ állapotvektor az Univerzumra. De mi a legnehezebb test, amire igazoltuk a kvantummechanikát?

- C_{60} molekulasugár diffrakciója rácson
  A Zeilinger (1999) kísérlet az addigi legnagyobb tömegű test térbeli mozgására igazolta a Schrödinger egyenletet. C_{60} nyalábot $(200m/s)$ rácson $(0.1\mu m)$ diffraktáltattak, a környezeti dekoherencia ellenében is. Ha egy C_{60} egyetlen infra-fotont lesugározna, vagy egyetlen környezeti gázmolekulával ütközne, már nem járul hozzá az észlelt interferencia képhez.
- Nano mechanikai oszcillátor alapállapotban
  Nano rezgőnyelv, membrán, 'gyűrű' $(ng/\mu m/GHz$ vagy még nagyobb/ /lassabb) valamilyen kvantum-csatolt rendszerrel lehűthető alapállapot közelébe $(mK$, sőt $\mu K)$. Jelenleg lézeres hűtés a legígéretesebb, nagy a verseny ezen belül is. Ha sikerül igazolni a kvantumos viselkedést a környezeti dekoherencia ellenében, akkor kerülhet sor az egyetemes dekoherencia hipotézisek igazolására/elvetésére.

Különös kvantum korrelációk 1

Hozzávalók: Összetett kvantum rendszer, pl. $\mathcal{H}_{\mathcal{AB}} = \mathcal{H}_{\mathcal{A}} \otimes \mathcal{H}_{\mathcal{B}}$, tiszta $|\psi_{AB}\rangle$, vagy általános (kevert) $\hat{\rho}_{AB}$ állapotban, ahol: $|\psi_{AB}\rangle \neq |\psi_A\rangle \otimes |\psi_B\rangle$ illetve $\hat{\rho}_{AB} \neq \hat{\rho}_A \otimes \hat{\rho}_B$ ... Lehet A és B ugyanannak az elektronnak pl. a térbeli illetve a spin mozgása. De nem-lokalitás akkor értelmezhető, ha az A és B két, térben elváló, sőt távoli kvantum rendszer.

- Összefonódottság - inkább formális elmélet
  Schrödinger észleli és összefonódottságnak kereszteli. Werner (1989) adja meg a végleges definíciót a *szeparabilitás* fogalmára építve. Peres (1996): az egyetlen direkt összefonódási teszt. Mögöttes matematika: Stinespring (1955).
- Bell nem-lokalitás - inkább fizikai elmélet
  EPR (1935) szerint $|\psi\rangle$ nem ad teljes leírást, $|\psi_{AB}\rangle$ lokális mérésén keresztül érvelnek. Felmerül: Lehetnek rejtett paraméterek? Bell (1964): rejtett paraméterek lehetnének, de sértik a lokalitás elvét melyet éppen Bell önt a *Bell-egyenlőtlenség* alakjába.
- Aspect (1981): 2 távoli (6.5m) foton sérti a Bell^{CHSH} egyenlőtlenséget
- Gisin/Salart (2008): 2 távoli (18km) foton sérti a Bell^{CHSH} $\neq$-et

Különös kvantum korrelációk 1 - Összefonódottság=non-szeparabilitás

Tiszta állapot akkor összefonódott, ha $|\psi_{AB}\rangle \neq |\psi_A\rangle \otimes |\psi_B\rangle$. Általános (kevert) állapotra előbb definiáljuk a *szeparabilitás*t.
Minden $\rho(x_A, x_b)$ összetett klasszikus sűrűség szeparábilis, vagyis előállítható korrelálatlan $\rho_A(x_A)\rho_B(x_B)$ sűrűségek súlyozott keverékeként.

A $\hat{\rho}_{AB}$ összetett sűrűségmátrix szeparábilis, ha így írható:

$$\hat{\rho}_{AB} = \sum_\lambda w_\lambda \hat{\rho}_{A\lambda} \otimes \hat{\rho}_{B\lambda}; \qquad w_\lambda > 0, \;\; \sum_\lambda w_\lambda = 1$$

Ha $\hat{\rho}_{AB}$ *nem* szeparábilis, akkor összefonódott (Werner, 1989).

Kapcsolat: nem-teljesen pozitív leképezések létezése (Stinespring, 1955).
szeparábilis=klasszikusan korrelált=nem összefonódott
nem-szeparábilis=kvantum korrelált=összefonódott
Tiszta állapotra visszkapjuk Schrödinger egyszerű kritériumát.
Hogyan kelthető és hogyan nem kelthető összefonódás?

Különös kvantum korrelációk 1 - Összefonódottság E mértéke

. . . Benedict Miska?

...Szabó Laci?

A kvantuminformatikáról

A kvantumvilág megkülönböztető jegye

- Kezdetben: diszkrétség (innen a név)
- Később: x, p határozatlanság, statisztikusság, etc. (megszoktuk)
- Utóbb: kvantum-korrelációk, ψ-ben rejtett információ, Alice+Bob
- Manapság: információ tárolás, kódolás, átvitel, titkosítás ... új távlatai
- A rossz hír: a kísérlet/technológia lemaradt (átkozott dekoherencia)

Kvantuminformációs válogatás

- Hozzávalók (qubit, logikai műveletek, összefonódás, ...)
- 'No-cloning' tétel: kvantum bankjegy, kriptográfia
- Összefonódás, mint erőforrás: szupersűrű kódolás, teleportáció
- Kvantum adattömörítés elmélete (Shannon$\rightarrow$Schumacher)
- Kvantum számítógép, algoritmusok

Kvantum informatika 1 - Hozzávalók: Qubit

Qubit=absztrakt TLS, *számítási* bázis: $|0\rangle, |1\rangle$
Megfeleltetés Pauli bázissal: $|0\rangle = |\uparrow\rangle = |L\rangle, |1\rangle = |\downarrow\rangle = |R\rangle$
Sűrűségmátrix (érdemes Pauliban):

$$\hat{\rho} = \frac{1}{2}\hat{I} + \frac{1}{2}\vec{s}\hat{\vec{\sigma}}; \qquad |\vec{s}| \leq 1$$

$\vec{s}$=polarizációs vagy Bloch vektor$=tr(\hat{\vec{\sigma}}\hat{\rho})$
Példa: $\hat{\rho} = \hat{I}/2 = \frac{1}{2}|0\rangle\langle 0| + \frac{1}{2}|1\rangle\langle 1|$ - hogyan preparálhatom?
2-qubit bázis: $|00\rangle = |0\rangle \otimes |0\rangle$, $|01\rangle = |0\rangle \otimes |1\rangle$, $|10\rangle = |1\rangle \otimes |0\rangle$, $|11\rangle = |1\rangle \otimes |1\rangle$
Összefonódás egysége=1 Bell pár, pl. a szinglet: $\frac{|01\rangle - |10\rangle}{\sqrt{2}}$.
Bell-bázis: $\frac{|01\rangle \pm |10\rangle}{\sqrt{2}}$ és $\frac{|00\rangle \pm |11\rangle}{\sqrt{2}}$.
n-qubit bázis: $|\mathrm{x}\rangle = |x_1 x_2 \ldots x_n\rangle = |x_1\rangle \otimes |x_2\rangle \otimes \ldots \otimes |x_n\rangle$
Ha $|\mathrm{x}\rangle$ egy n-qubites *tár*, az összes kezdőállapot szuperponálható bele:

$$|S\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{x=0}^{N-1} |\mathrm{x}\rangle; \qquad N = 2^n \ .$$

A kvantuminformatikáról 2 - 'Nóklóning'

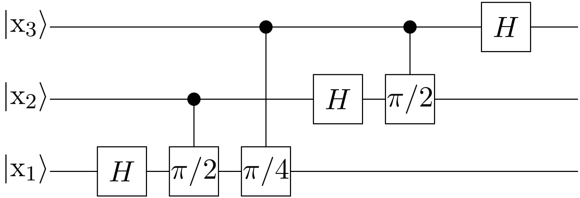
Ismeretlen qubit nem másolható le (Wootters-Zurek 1982). Hiába keresünk unitér leképezést: $|?\rangle \otimes |0\rangle \rightarrow |?\rangle \otimes |?\rangle$. Nincs, mert a klónozás nem szögtartó.
Másik bizonyítás:
Alice véletlenszerűen váltakozva H/V-polarizált fotonokat dobál 1. urnába, elkeveri őket. Ugyanezt teszi 2. urnában L/R-polarizált fotonokkal. A két urnát megkapja Bob, mindkét urnában $\hat{\rho} = \hat{I}/2$ a fotonok polarizációs állapota, Bob nem tudhat különbséget tenni a két urna között a (von) Neumann méréselmélet szerint. Ha képes lenne ismeretlen állapotok klónozására, akkor viszont igen! Ez ellentmondás lenne.
További érv:
Klónozással $\hat{\sigma}_x, \hat{\sigma}_y, \hat{\sigma}_z$ egymástól függetlenül, tetszőleges pontossággal lenne 'mérhető', mintha ugyanazon a qubiten mérném.
Minden elromlik, ha bárhol felfejted a kvantummechanika szövetét.

Shannon 1948:
Ha egy hosszú $x_1 x_2 x_3 \ldots$ véletlenszerű üzenet minden x betűjének eloszlása független és azonosan $\rho(x)$, akkor az üzenet legjobb hűséges tömörítése átlagban betűnként S bitet igényel:

$$S(\rho) = -\sum_x \rho(x) \log \rho(x) \quad \text{Shannon entrópia.}$$

(von) Neumann 1927: $S(\hat{\rho}) = -tr(\hat{\rho} \log \hat{\rho})$
Schumacher 1995:
Ha egy hosszú véletlenszerű 'kvantum' üzenet $|x_1\rangle \otimes |x_2\rangle \otimes |x_3\rangle \otimes \ldots$ minden $|x\rangle$ betűjének eloszlása független és azonosan $\rho(x)$, akkor a kvantum üzenet legjobb hűséges tömörítése átlagban betűnként $S(\hat{\rho})$ qubitet igényel, ahol $\hat{\rho}$ az 1-betű sűrűségmátrix: $\hat{\rho} = \sum_x \rho(x) |x\rangle\langle x|$.

A kvantuminformatikáról 4 - Kvantum számítógép



$$\frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0\rangle + \mathrm{e}^{2\mathrm{i}\pi 0.\mathrm{x}_3}|1\rangle\right)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0\rangle + \mathrm{e}^{2\mathrm{i}\pi 0.\mathrm{x}_2\mathrm{x}_3}|1\rangle\right)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0\rangle + \mathrm{e}^{2\mathrm{i}\pi 0.\mathrm{x}_1\mathrm{x}_2\mathrm{x}_3}|1\rangle\right)$$