

. A fent látott, feszültség és menetszám közötti kapcsolat szerint tehát a két oldal árama fordítottan arányos a menetszámok arányával: $I_1 : I_2 = N_2 : N_1$, a transzformátor tehát *áramot is transzformál*, nem csak feszültséget. Sőt, feltehetjük a kérdést, hogy mekkora az az ellenállás, amit ha rákötünk valamelyik oldalra, akkor az épp teljesíti az $R = U/I$ Ohm-törvényt. A fenti arányok alapján:

$$R_1 : R_2 = \frac{U_1}{I_1} : \frac{U_2}{I_2} = N_1^2 : N_2^2 \quad (1.50)$$

Ez azt jelenti, hogy *az egyik oldalra kötött R ellenállás a menetszámok arányának négyzetével látszik nagyobbnak vagy kisebbnek a másik oldalról*. A transzformátor tehát „ellenállást” is transzformál, ezt *impedancia-transzformációnak* nevezzük.

Transzformátorokat speciálisan adott alkalmazásokhoz gyártanak, és ennek megfelelően mindig van egy gyárilag adott „bemeneti” és egy „kimeneti” oldaluk. Az előbbi primer, az utóbbit szekunder tekercsnek nevezzük. Nagyon gyakran a primer oldal a hálózati 230V-os váltakozófeszültséget transzformálja kiefeszültségre (5-50V), ez utóbbi ugyanis jobban használható a félvezető alapú rendszerekben. A szekunder oldali váltakozófeszültséget egyenirányítani kell, a későbbi fejezetekben részletesen tárgyaljuk az erre a feladatra használható áramköröket. Az energiaátvitelben transzformátorokat használnak a több száz MW teljesítménytartományban: a távvezetékben a veszteség az áram négyzetével arányos, ezért érdemes az energiaátvitelt a több százezer V feszültségtartományban elvégezni. Érdekes, hogy nagy teljesítményeknél a transzformátorok hatásfoka drasztikusan javul, akár 90% fölé is mehet.

imumhoz képest 3 dB-lel alacsonyabb, azaz $1/\sqrt{2}$ -szeres amplitúdójú pontokat megkeressük, és az ezek közötti B távolságot sávszélességnek (bandwidth) nevezzük. Ezt az 1.35 ábra jobb oldala is szemlélteti. A kapott eredményt megvizsgálva arra juthatunk, hogy teljesül a következő összefüggés:

$$B = \frac{f_0}{Q} \quad (1.49)$$

ahol $2\pi f_0 = \omega_0$ a rezonanciafrekvencia. Tehát: a Q jósági tényező épp azt jelenti, hogy a sávszélesség hányszor kisebb (élesebb) mint a rezonanciafrekvencia értéke. Máshogy fogalmazva: mennél több rezgést végez egy rezgőkör, annál élesebb a frekvenciagörbéje. Ez az egyszerűnek tűnő kijelentés mélyreható következményekkel bír sok fizikai rendszerben: eszerint például minél hosszabb egy gerjesztett atomi állapot élettartama, annál élesebb a hozzá tartozó sugárzás spektrumvonala. (A kvantumfizikában a B helyett Γ -val szokás jelölni a sávszélességet, és vonalszélességnek nevezik.)

A magas Q jósági tényezőjű rendszerek - a tranziens viselkedést leíró 1.45 egyenlet miatt - adott ω_0 mellett magas τ -val kell, hogy bírjanak, azaz a bekapcsolási jelenségekre hosszú felfutással reagálnak. Ez a tény mutatja, hogy magas Q jósági tényezőjű gyors felfutású szűrők nem léteznek.

A rezgőköröket változatos módon lehet egy-egy tényleges szűrőáramkörbe beilleszteni, de funkciójuk mindig az, hogy a rezonanciafrekvencia környéki jelet kiemeljék vagy elnyomják (utóbbit egy zavaró, adott frekvenciás jel esetén). A legélesebb rezonanciát akkor kapjuk, ha az R zérus (soros rezgőkörnél) vagy végtelen (párhuzamos rezgőkörnél). Ennek praktikus akadálya hogy a tekercs vezetékének is van egy véges (parazita) ellenállása, sőt a gyakorlatban valójában az összes fenti gondolatmenet arra vonatkozik, amikor az R ellenállás fizikailag az induktivitás „része”. Ideális esetben rezonanciafrekvencián a soros rezgőkör impedanciája 0, míg a párhuzamos rezgőköré ∞ .

A rezgőkörhöz hasonló rezonáns rendszerek előfordulnak még az elektronikai kapcsolásokban. Egyik példa erre az antenna, aminél van egy, általában elég éles frekvenciataromány ahol a sugárzási hatásfok optimális. Másik példa a rezgőkvarc, amiben egy piezoelektromos tulajdonságokkal rendelkező kvarckristály 1-50 MHz tartományban lévő mechanikai rezgését használjuk ki. Ez utóbbival rendkívül nagy Q jósági tényező érhető el (10000 fölött, míg RLC rezgőkörök ritkán jutnak 100 fölé), azaz frekvenciastabilitásuk nagy. A kvarcórák pontosságukat ilyen, mechanikai rezgést végző apró kvarckristálynak köszönhetik. A kvarc alapú oszcillátorok nagyfokú stabilitása tette lehetővé a korszerű számítógépek, kommunikációs eszközök és elektronikus mérőeszközök kifejlesztését.

1.5.7. Transzformátorok

A transzformátorok az induktivitások egy olyan speciális kategóriáját alkotják, amikor két (esetenként több) induktivitást egymással szoros mágneses csatolásba hozunk. Az

éppen azt mondja ki hogy a rendszerben az erők kiegyenlítik egymást, a csomóponti törvény pedig azt hogy az összekötött alkotórészek végpontjainak sebessége összeadódik. Általánosan elvégezhető feladat az összetett elektronikai kapcsolások mechanikai kivitelezése, és fordítva, mechanikai rendszerek elektronikai analógiái megkereshetők (például rugók sorba kötése ugyanaz mint kondenzátorok párhuzamos kapcsolása – innen is látszik hogy a mechanikai rendszer „kapcsolási rajza” eléggé más mint az elektronikai rendszeré). Technikailag hasznos ez a kapcsolat: összetett (de közelítőleg lineáris!) mechanikai rendszerek, például egy nagy sebességű jármű kerekeinek vibrációja elektronikus kapcsolással modellezhető, és megfelelő szervomotorral korrigálható.

A mechanikai analógia segítségével az is látható, hogy egy harang csengése semmi más, mint egy nagyon nagy Q jóságú tényezőjű csillapított mechanikai oszcillátor rezgése. Minél kisebb a veszteség (pontoszerűbb/jobb a felfüggesztés), annál tovább hallható a megütött harang.

A rezgőköröket egy tényleges áramkörben legegyszerűbben úgy használjuk hogy a soros vagy párhuzamosan kötött verziójukat mint kétpólust tekintjük. Ezek az alapkapsolások láthatók a 1.32 ábrán. Az U feszültség és az I áram közötti kapcsolat lineáris, arányukat a fentiek szerint a rezgőkör impedanciájának (váltakozó áramú ellenállásának) nevezzük. A soros és a párhuzamos rezgőkörre is egyszerűen kiszámolhatjuk az impedanciát. A Kirchoff-törvények alapján az impedanciák soros és párhuzamos kapcsolására ugyanaz a képlet, mintha ellenállások lennének. Soros rezgőkör impedanciája tehát (hiszen az áram mindhárom alkatrészen ugyanaz):

$$Z_{\text{soros}} = Z_R + Z_L + Z_C = R + iL\omega - i/(C\omega) \quad (1.47)$$

Párhuzamos rezgőkör impedanciája pedig:

$$Z_{\text{párhuzamos}} = \frac{1}{1/Z_R + 1/Z_L + 1/Z_C} = \frac{1}{1/R - i/(L\omega) + iC\omega} \quad (1.48)$$

A két impedanciagörbe abszolút értékét (ami az amplitúdók nagyságának aránya) ábrázolva látható, hogy a soros rezgőkörnek minimuma, a párhuzamos rezgőkörnek maximuma van a $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ rezonanciafrekvencián.

A jelenség magyarázatát a forgóvektoros leírásmódban kapjuk legszemléletesebben. Az áram és a feszültség között van egy 90 fokos fáziskülönbség, de a tekercs és a kondenzátor esetén ellentétes irányban. *A rezonanciafrekvencián az induktivitás és a kondenzátor impedanciájának abszolút értéke éppen megegyezik, emiatt a feszültségek vagy az áramok kiejtik egymást.* A mérhető feszültség vagy áram rezonancián ekkor csak az R ellenálláson jelenik meg. Az 1.35 ábra szemlélteti a jelenséget soros rezgőkör esetén. Itt az I áramok egyenlők, ehhez képest kell a feszültségeket tekinteni, a megfelelő fázissal. Kicsivel a rezonancia fölött a tekercs és az induktivitás nem ejti ki pontosan egymást, ezért az eredő feszültség-vektor nagysága is jelentős illetve a fázisszög is nagy.

nenciálisan lecsengő függvény szorzata. Tanulságos (és egyszerű is) a megoldást a komplex írásmódban levezetni. Tegyük fel, hogy $Q(t) = Q_0 e^{i\omega t}$ alakú (pontosabban, ennek valós része a konvenció szerint), és helyettesítsük be az egyenletbe, bízva abban hogy minden t -re azonosan megoldást kapunk. Ez adódik:

$$L(i\omega)^2 Q_0 e^{i\omega t} + \frac{1}{C} Q_0 e^{i\omega t} + R(i\omega) Q_0 e^{i\omega t} = 0 \quad (1.40)$$

Látható, hogy az $Q_0 e^{i\omega t}$ tag kiemelhető, és mivel csak ez utóbbi tartalmaz időfüggést, egy időfüggetlen egyenletet kapunk:

$$-L\omega^2 + \frac{1}{C} + i\omega R Q_0 = 0 \quad (1.41)$$

Ennek a másodfokú egyenletnek a megoldása:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \left(iR\sqrt{\frac{C}{L}} \pm \sqrt{1 - R^2 \frac{C}{L}} \right) = i\omega_2 + \omega_1 \quad (1.42)$$

Az ω -ra kapott megoldás érdekessége, hogy az eredmény egy komplex szám, ezt jelöltük $\omega_1 + i\omega_2$ alakban (most az az eset érdekes számunkra, mikor a nagy gyökjel alatt pozitív szám áll). A tényleges $Q(t)$ megoldást úgy kapjuk, ha ezt az ω értéket formálisan visszahelyettesítjük a $Q(t)$ alakjába. Az ω komplex szám képzetes ω_2 részét $1/\tau$ -val jelölve kiderül hogy ez adja az exponenciálisan lecsengő szorzótényezőt:

$$Q(t) = Q_0 e^{i\omega t} = Q_0 e^{i\omega_1 t - \omega_2 t} = Q_0 e^{i\omega_1 t} e^{-t/\tau} \quad (1.43)$$

A fenti, komplex írásmódban megjelenő $Q(t)$ függvényből a tényleges fizikai mennyiséget úgy kapjuk, ha a valós részt vesszük. Érdekes bevezetni az $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ rezonanciafrekvenciának (*Thomson-frekvencia*) nevezett jelölést. Általában jó közelítéssel teljesül, hogy $\omega_1 = \omega_0 \sqrt{1 - R^2 C/L} \approx \omega_0$. Innen:

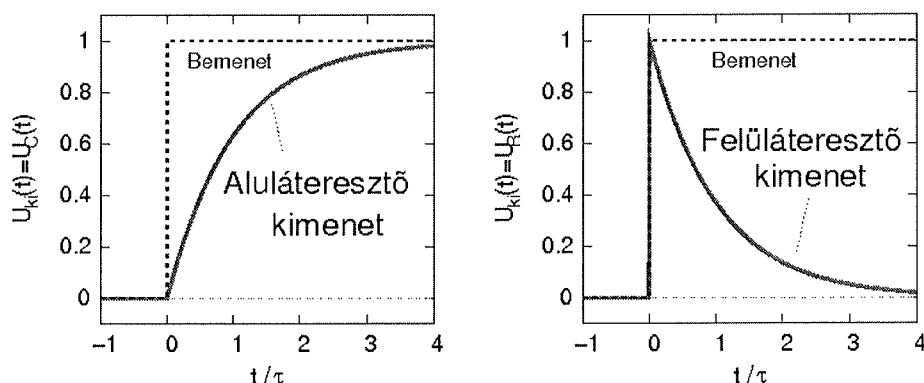
$$Q(t) = \cos(\omega_0 t) e^{-t/\tau} \quad (1.44)$$

A jel időbeli alakját az 1.33 ábra mutatja. A lecsengés időállandója (burkolója) $e^{-t/\tau}$ függvény szerinti, jellemző frekvenciája pedig mint láttuk a rezonanciafrekvencia, $\omega_1 \approx \omega_0 = 1/\sqrt{LC}$.

Egy rezgőkör annál „jobb”, mennél több rezgést végez mielőtt lecseng az oszcilláció. A lezajló rezgések számát, pontosabban szokásosan ennek a π -szeresét a Q jósági tényezőnek nevezik. Egységnyi idő alatt a rezgések száma az $f_0 = \omega_0/(2\pi)$ frekvencia reciproka, a rezgés pedig tipikusan τ ideig zajlik, a jósági tényező tehát

$$Q = \pi \tau f_0 = \tau \omega_0 / 2 \quad (1.45)$$

az aluláteresztő és a feluláteresztő jelének összege vissza kell, hogy adja a bemeneti lépcsőfüggvényt.



1.30. ábra. Alul- és feluláteresztő RC kapcsolás kimenetén megjelenő feszültség, lépcsőfüggvény bemenet esetén

Érdekes megvizsgálni egy másik típusú bemenőjelet, ami matematikai szempontból még érdekesebb: ez egy nagyon rövid (az RC időállandónál jelentősen rövidebb ideig tartó) impulzusra adott kimeneti válasz. Az 1.31 ábrán egy ilyen eset látható ($1/3RC$ ideig tartó impulzus). A végtelenül rövid, de adott területű impulzus határesetét Dirac-delta-függvénynek nevezik, az 1.31 ábrán látható jelalak főbb tulajdonságaiban ennek felel meg: aluláteresztő szűrő esetén a jel egy kicsi konstans értékig fut fel, majd exponenciálisan lecseng. Rövid jelekre ez egy háromszögjel alakot ölt (az áramkör mint integráló áramkör működik). Feluláteresztőnél az impulzus közvetlenül megjelenik a kimeneten, majd egy ellentétes előjelű exponenciális függvényként cseng le. Utóbbi jelenség magyarázata, hogy a kondenzátoron az össztöltés zérus kell legyen hosszú távon, azaz a kimenő feszültség (ami az árammal arányos) időbeli integrálja zérus lesz. Megintcsak elmondhatjuk, hogy az aluláteresztő és a feluláteresztő jelének összege visszaadja a bemeneti impulzust.

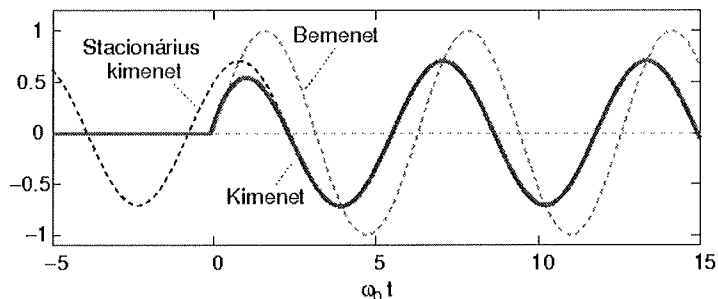
1.5.6. RLC áramkörök

A fentiekben olyan példákat láttunk lineáris elektronikai áramkörökre, ahol kondenzátorok és ellenállások szerepeltek. Ha induktivitás is kerül a rendszerbe, akkor további érdekes jelenségek lesznek megfigyelhetők, noha formálisan ugyanolyan számolásokat fogunk végezni mint eddig. Az érdekesség oka, hogy az induktivitás impedanciája „ellentétes” előjelű, mint a kondenzátoré, azaz ugyanolyan áram mellett a rajtuk eső feszültség ellentétes, tehát speciális esetben kiejtethetik egymást.

Vizsgáljuk először a legegyszerűbb kapcsolást, azaz egy R , L és C értékű ellenállás, induktivitás és kondenzátor egyetlen hurokba való kapcsolását az 1.32 ábra szerint.

jelek is előállíthatók harmonikus összetevőkből (bár végtelen számúból), az alábbi tárgyalás tehát inkább praktikus, technikai szempontjai miatt tanulságos.

Nézzünk egy példát: ha a $t = 0$ pillanattól indulva egy $\sin(\omega_0 t)$ (éppen a határfrekvenciának megfelelő) jelet adunk egy aluláteresztő szűrőre, akkor a 1.28 ábra szerint alakul a kimeneti jel időfüggése. Látható, hogy körülbelül $\approx 3 - 5RC$ idő eltelte után a kimenet teljesen belesimul a formailag végtelen régen tartó jel alakjába.



1.28. ábra. Egy zérus időpillanatban induló szinuszos bemenet esetén a kimenőjel aluláteresztő szűrő esetén, a határfrekvenciánál. A stacionárius, azaz végtelen ideje tartó jelet bizonyos idő eltelte után nagy pontossággal követi a kimenet

Az alábbiakban meghatározzuk az egyszerű alul- és feluláteresztő RC kapcsolások esetén a kimenő jel időbeli alakját konkrét (egyszerű) bemeneti függvény esetén. A számolásokhoz hasznos első lépésben vizsgálni egy R ellenállás és egy C kapacitású kondenzátor egyetlen hurokba való kapcsolását: ez annak felel meg, ha egy feltöltött kondenzátort egy R ellenálláson keresztül hagyunk kisülni. A kapcsolást az 1.29 ábrán láthatjuk. A kondenzátorban tárolt Q töltés és az U_C feszültség közötti kapcsolat $Q = CU_C$. Az áram éppen a töltés időderiváltja: $I = dQ/dt$, és a huroktörvény miatt a kondenzátor és az ellenállás feszültségének előjeles összege zérus. Ez utóbbit kihasználva:

$$U_C + U_R = Q/C + IR = Q/C + R \frac{dQ}{dt} = 0 \quad (1.35)$$

Az időfüggő $Q(t)$ tárolt töltésre kaptunk tehát egy differenciálegyenletet. Az egyenlet megoldása matematikai tankönyvekben megtalálható, és mint kiderül a legegyszerűbbek egyike. Keressük a megoldást $Q_0 e^{-t/\tau}$ alakban, ahol Q_0 és τ adott paraméterek. Behelyettesítve adódik:

$$0 = Q + RC \frac{dQ}{dt} = Q_0 e^{-t/\tau} - RC \frac{1}{\tau} Q_0 e^{-t/\tau} = Q_0 e^{-t/\tau} \left(1 - RC \frac{1}{\tau} \right) \quad (1.36)$$

Látható hogy a $Q_0 e^{-t/\tau}$ egész egyszerűen kiemelhető, és ha a zárójelben lévő tag épp zérus, akkor az egyenletet megoldottuk. A megoldás tehát $Q_0 e^{-(t/\tau)}$,

egy arány)

$$20 \log_{10}(U_{ki}/U_{be}) \quad (1.34)$$

Az elnevezés Alexander Graham Bell nevét őrzi, de csak a fenti formában használatos (ráadásul a helyesírása is csupa kisbetűkkel és egy l-lel terjedt el). A decibel skála értéke akkor zérus, ha az arány 1, és a fenti esetben látott átviteli függvényekre mindenhol negatív. A decibel skálát nagyon sok helyen alkalmazzák az elektromérnöki technológián kívül: a biológiai rendszerek érzékenységének leírására (különös tekintettel az érzékszervekre) jellemzően logaritmikus skála a természetes. Például hangerőben egy „kettes faktor” teljesítményváltozást mindig közel ugyanakkorának érzünk, hasonló módon ahogy „kettes faktor” a fényerősségváltozás esetén is ilyen. $20dB$ tízes faktornak felel meg amplitúdóban, $6dB$ éppen kettes faktornak, a $-3 dB$ pedig $1/\sqrt{2}$ -nek – ez utóbbi tény többször előfordul még a továbbiakban, mert ezt szokás egy átviteli karakterisztika jellemzésére használni. Megjegyezzük, hogy a bel egység a ki- és bemenő teljesítmények logaritmikus arányát jelenti, ami a feszültségek négyzetével arányos ohmikus terhelés esetén, ezért van a 2-es szorzó. A 10-es szorzót az SI deci prefixe adja, így jelenik meg a 20-as faktor képletben.

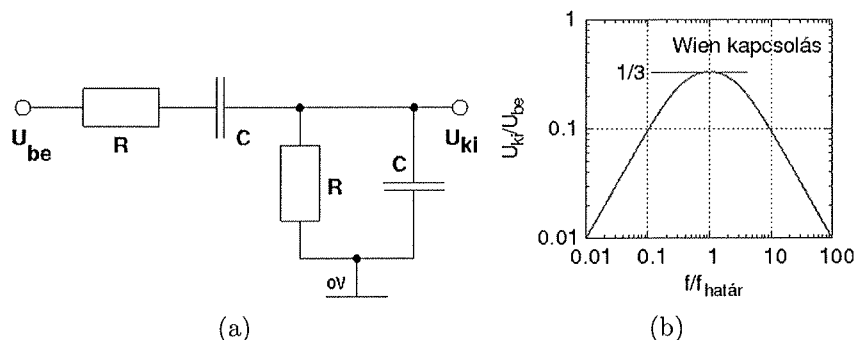
A transzfer karakterisztika szokásos ábrázolása a fent látott kétszer logaritmikus mód (a frekvencia logarimusa függvényében a decibelben mért átvitel), ezt pedig a fázisszög frekvenciafüggésével együtt Bode-diagramnak nevezzük Hendrik Wade Bode amerikai elektromérnök emlékére. Az egy bemenetű és egy kimenetű lineáris hálózatok esetén a Bode-diagram (azaz amplitúdó- és a fáziskarakterisztika együttesen) egyértelműen meghatározza a hálózat viselkedését, tökéletesen leírja a rendszert.

Az átviteli karakterisztika egy lineáris rendszer esetén tetszőleges lehet. Ha tartalmaz félvezetőket, akkor az átvitel 1 fölé is nőhet (erősíthet, vagy „aktív” lehet a rendszer). A frekvenciaszűrő vagy egyszerűen szűrő kifejezést akkor érdemes használni, ha bizonyos frekvenciatartományokban kifejezetten nagy, máshol alacsony az átvitel. Például az ideális aluláteresztő szűrő az, ami egy határfrekvencia alatt mindent átérteszt (átvitele 1, azaz 0 decibel), fölötté semmit nem enged át (átvitele közel zérus). Ehhez képest az egyszerű RC szűrő elég lassan, $1/f$ függvény szerint csökkenő átvitelt mutat. Ha több RC tagot kombinálunk, akkor nagyobb frekvenciák felé gyorsabb csökkenést érhetünk el: az RC tagok számának megfelelően $(1/f)^n$ viselkedést. $n=2$ -re, azaz egy kétfokozatú aluláteresztő szűrőre példát mutat az alábbi ábra (ráadásul összetett szűrőknél nem egyetlen határfrekvencia van általában). A fentiekben találkoztunk a deriválás műveletével: érdekes, hogy ehhez is rendelhető átviteli karakterisztika. Ha mindig teljesül, hogy $U_{ki}(t) = 1/\omega_h d/dt U_{be}(t)$, akkor harmonikus jelekre könnyen látható, hogy (komplex írásmódban) $U_{ki} = i\omega/\omega_h U_{be}$, tehát az átvitel $U_{ki}/U_{be} = i\omega/\omega_h$. (Valós írásmódban az amplitúdók nagyságának aránya $U_{ki}/U_{be} = \omega/\omega_h$). A deriválás mint lineáris művelet tehát egy ω -val való szorzásnak felel meg (egy konstans, megválasztható ω_h „határfrekvencia” erejéig), az integrálás (a deriválás inverze) pedig a ω -val való osztás. Az iménti példákat az alábbi ábra mutatja. Az egyszerű aluláteresztő szűrő transzfer

integrálás

kapcsolás, csak egyik esetben az R , a másik esetben a C alkatelemen nézzük a jelet. A kettő összege nyilvánvalóan a bemenő jelet adja, azaz az egyiket megkaphatjuk, ha bemenő jeltől levonjuk a másikat.

Az alul- és felüláteresztő kapcsolás egy érdekes kombinációja a Wien-kapcsolás. Itt két egyforma C kapacitású kondenzátort és két egyforma R ellenállást kapcsolunk össze az alábbi ábra szerint.



1.25. ábra. Wien-kapcsolás: egy alul- és egy felüláteresztő kombinációja (balra), valamint ennek ki- és bemenő feszültségének aránya a frekvencia függvényében (jobbra)

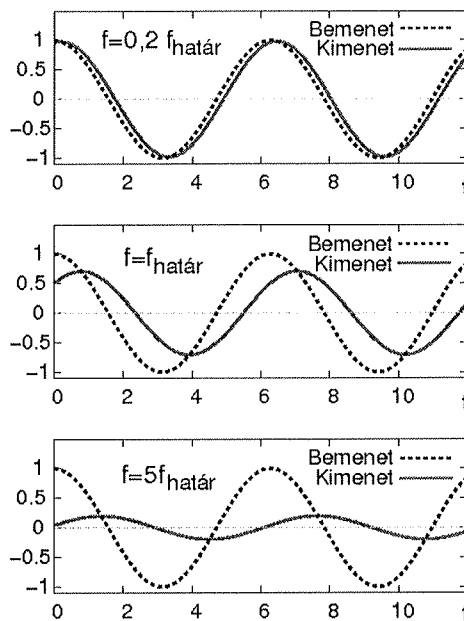
Bár bonyolultnak tűnik, a számolás nem nehéz, mert kihasználhatjuk a kondenzátorok és ellenállások egyenlőségét (amire általános esetben természetesen nem lenne szükség). A ki- és bemenő komplex amplitúdók arányára a következő adódik (ennek, azaz a 1.33 kifejezésnek az ellenőrzése tanulságos számolási feladat):

$$\frac{U_{ki}}{U_{be}} = \frac{1}{3 + (i\omega RC) + 1/(i\omega RC)} \quad (1.33)$$

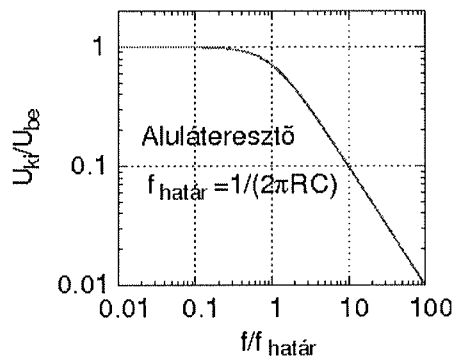
A fenti ábrán látható a ki- és bemenő feszültség amplitúdóinak aránya is, amire jellemző, hogy mind alacsony, mind magas frekvenciákon csökken. Az arány maximuma $1/3$ -nak adódik, éppen a határfrekvencia $f_h = 1/(2\pi RC)$ értékénél.

A ki- és bemenő amplitúdók aránya talán leglényegesebb, de nem egyetlen mennyiség ami az alul- és felüláteresztő szűrőkapcsolásokra jellemző. A be- és kimenet között az egyforma frekvenciájú harmonikus jelek amplitúdóváltozása mellett eltérés lesz a fázisban is (l. $\sin - \cos$ cserék), azaz a jelek között egy fázisszög eltérés jelenik meg. Ennek meghatározása (ϕ szög a fentiekben, ami általában függ ω -tól, azaz $\phi(\omega)$), valós számolási módban a szögfüggvények összeadási képletei alapján adódik. Komplex módszernél ezt a komplex amplitúdó-arány argumentuma adja (ennek tangense a képzetes és valós részek aránya). A fentiekben tárgyalt esetekre (alul- és felüláteresztő szűrők, illetve Wien-kapcsolás) a fázisszög az alábbi ábrán látható.

Látható, hogy a fázisszög éppen a határfrekvencia környékén változik gyorsan. Alul- és felüláteresztőnél a fázisszög zérus ott ahol a ki- és bemenő amplitúdó-arány 1 körüli, és



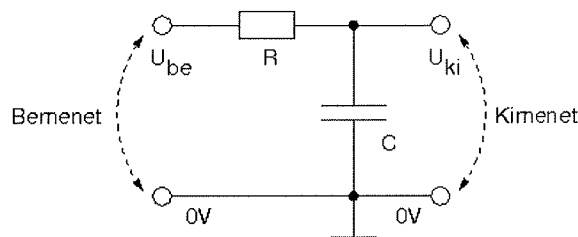
1.21. ábra. Adott bemenőjel esetén a kimenőjel alakja egyszerű RC aluláteresztő kapcsolás esetén. Felül $\omega = \omega_h/5$, középen $\omega = \omega_h = 1/(RC)$, alul $\omega = 5\omega_h$ frekvencián



1.22. ábra. A ki- és bemenő feszültségek aránya a frekvencia függvényében, az egyszerű aluláteresztő RC szűrő esetén. Alacsony frekvenciákon az arány 1 körül van, nagyobb frekvenciákra $1/\omega$ függvény szerint csökken. A kettő között a trendforduló épp a határfrekvenciánál, azaz $f_h = 1/(2\pi RC)$ értéknél van, ahol a ki- és bemeneti amplitúdók aránya $1/\sqrt{2}$

A felüláteresztő RC kapcsolás hasonlít az aluláteresztőhöz, de itt az R és C alkatrészek fel vannak cserélve, a 1.23 ábra szerint.

A komplex számokkal való számolási módszerrel gyorsan megadhatjuk a ki- és bemenő



1.19. ábra. Az egyszerű aluláteresztő RC szűrő kapcsolása

bemenő feszültség tehát $RI(t) + UC(t)$. Utóbbit az árammal való kapcsolata alapján határozzuk meg:

$$I(t) = C \frac{d}{dt} U(t) = C \frac{d}{dt} (U_{ki} \cos(\omega t)) = -\omega C U_{ki} \sin(\omega t) \quad (1.23)$$

A bemenő feszültség tehát:

$$U_{be}(t) = I(t)R + U_{ki} \cos(\omega t) = -R\omega C U_{ki} \sin(\omega t) + U_{ki} \cos(\omega t) \quad (1.24)$$

Az utóbbi két tagot összevonva egy olyan harmonikus jelet kapunk, ami egy ϕ fázissal el van tolva:

$$-R\omega C U_{ki} \sin(\omega t) + U_{ki} \cos(\omega t) = U_{ki} \sqrt{1 + (RC\omega)^2} \cos(\omega t + \phi) \quad (1.25)$$

A ki- és bemenő jelek amplitúdó-aránya tehát:

$$\frac{U_{ki}}{U_{be}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}} \quad (1.26)$$

Itt is teljesül a lineáris rendszerek azon alapulajdonsága, hogy a feszültségek egymással arányosak, tehát elegendő a ki- és bemenő feszültség hányadosát meghatározni.

A fenti számolást komplex írásmódban is elvégezhetjük. Legyen $U_{be}(t) = U_{be} e^{i\omega t}$ és $U_{ki}(t) = U_{ki} e^{i\omega t}$ szokásos módon, ahol most már komplex amplitúdókkal dolgozunk. A kimenő (kondenzátoron eső) feszültség és az áram kapcsolata

$$I(t) = C \frac{d}{dt} U_C(t) = C \frac{d}{dt} (U_{ki} e^{i\omega t}) = i\omega C U_{ki} e^{i\omega t} \quad (1.27)$$

A bemenő feszültség pedig (az ellenálláson és kondenzátoron eső feszültségek összege):

$$U_{be}(t) = U_R(t) + U_C(t) = I(t)R + U_{ki} e^{i\omega t} = (i\omega C R U_{ki} + U_{ki}) e^{i\omega t} \quad (1.28)$$

A kettő aránya ebből (az időfüggő tag ismét kiesik):

$$\frac{U_{ki}}{U_{be}} = \frac{1}{1 + i\omega RC} \quad (1.29)$$

mindkét oldalra „odaképzeljük”, és mivel két komplex szám akkor egyenlő ha a valós és imaginárius részek is egyenlők, a valós (fizikai) mennyiségek egyenlősége is garantált (az hogy az imaginárius részek épp egyenlőek, itt érdekes, de irreleváns tény).

Az exponencializált alak igen kellemes számolási tulajdonságokkal rendelkezik. A kitevőben lévő összeg az exponencializálás szabálya szerint (melyek érvényesek komplex számok esetére is!) felírható mint egy szorzat tagjai:

$$U(t) = U_0 e^{i\omega t + i\phi} = U_0 e^{i\phi} e^{i\omega t} = U e^{i\omega t} \quad (1.19)$$

ahol bevezethetjük az $U_0 e^{i\phi}$ *komplex amplitúdót*. A komplex amplitúdó tartalmazza a fizikai amplitúdó értékét (U abszolút értéke épp U_0), de tartalmazza a fázist is mint információt az időbeli viszonyokról. A deriválás és integrálás szintén az exponenciális függvényekre vonatkozó szabályok miatt válik egyszerűvé: az idő szerinti deriválás egy $i\omega$ szorzót jelent, az idő szerinti integrálás pedig egy $1/i\omega$ osztást jelent, hiszen a szorzatnak csak egyetlen tagja tartalmaz időfüggést.

A fentiekben látott, kondenzátor esetén megvalósuló áram- és feszültség közötti kapcsolat komplex felírása így alakul:

$$I(t) = C \frac{d}{dt} U(t) = C \frac{d}{dt} U e^{i\omega t} = C i\omega U e^{i\omega t} = I e^{i\omega t} \quad (1.20)$$

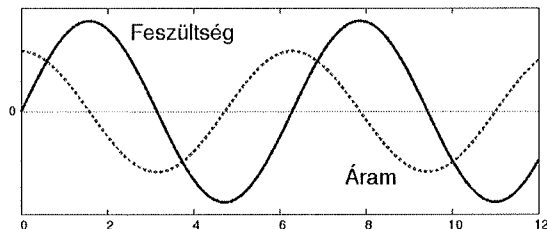
Ebben a felírásban az U komplex feszültségamplitúdó és az I komplex áram-amplitúdó közötti kapcsolat tehát: $U/I = 1/(iC\omega)$ hiszen az $e^{i\omega t}$ faktor mindkét oldalról kiosztható. Ez az utóbbi osztás éppen annak analógiája, mikor a forgó vektoros módszer esetén beülünk egy vektorokkal együtt forgó rendszerbe. A vektorokkal szemléltetett leírás épp a komplex síkon a megfelelő, komplex számokat leíró két dimenziós vektorokat adja. Fontos megjegyezni, hogy az áram- és feszültség amplitúdó-arány frekvenciafüggő.

A linearitás feltételezése azt jelenti, hogy ha a feszültség duplájára növekszik, akkor az áram is kétszeresére nő, arányuk tehát konstans (de függ a rendszer paramétereitől és a frekvenciától is, ahogy épp láttuk). Ez az arány emlékeztet az Ohm-törvényből következő arányosságra, emiatt az U/I *komplex amplitúdó-hányadost* „*váltakozó feszültségű ellenállásnak*” vagy szokásosan *impedanciának* nevezzük és Z -vel jelöljük. Egy R értékű ellenállás impedanciája természetesen éppen $Z_R = R$ (valós számnak adódik), egy kondenzátoré a fentiek szerint $Z_C = 1/(iC\omega)$, egy induktivitásé (a bizonyítás a feladatok között is szerepel) $Z_L = iL\omega$. Összetett áramkörök impedanciáit az alábbiakban kiszámoljuk.

A komplex impedancia bevezetése azért teszi rendkívül hatékonyá a lineáris elektronikai rendszerek számolását, mert a (Kirchoff-törvények teljesülése miatt) a soros és párhuzamos kapcsolási képletek igazak rájuk, azaz úgy számolhatunk velük mintha „igazi” ellenállások volnának. Figyelni kell viszont hogy ezek komplex számok, amelyek szorzási-osztási szabályait (melyeket az Appendixben ????? felelevenítettünk) követnünk kell. A komplex számok elektromérnöki alkalmazása is igen kiterjedt, egyetlen konvencióbeli eltéréssel: mivel az i mennyiséget változó áram jelölésére is használják, az

Az áram I_0 amplitúdója tehát $C\omega U_0$ -ként adódik. Valóban lineáris a kapcsolat az áram és a feszültség amplitúdója között, de fontos megjegyezni két dolgot: egyik hogy a lineáris kapcsolat nem igaz minden időpillanatban, másik, hogy az arány frekvenciafüggő (és ebben fog megnyilvánulni a kondenzátor áramkörbeli szerepe).

Az áram és a feszültség közötti kapcsolatot grafikusan ábrázolva látható hogy a két harmonikus jel 90 fokkal el van tolva egymáshoz képest, frekvenciájuk szigorúan azonos.



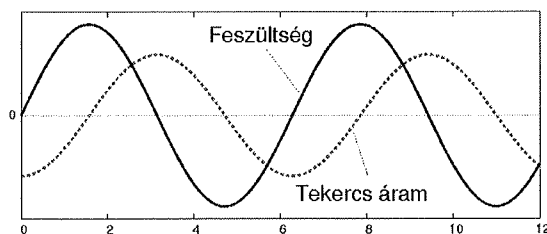
1.16. ábra. Kondenzátoron megjelenő áram és feszültség időbeli viszonyai

Az áram maximuma előbb van mint a feszültségé (hiszen az áram az ami feltölti a kondenzátort), szokás azt mondani hogy az áram „siet” a feszültséghez képest.

Induktivitás esetén a deriválás helye más, ezért az áram-feszültség összefüggés így alakul:

$$U(t) = L \frac{d}{dt} I(t) = L \frac{d}{dt} (-I_0 \cos(\omega t)) = L\omega I_0 \sin(\omega t) = U_0 \sin(\omega t) \quad (1.18)$$

azaz a kondenzátorhoz hasonló szinuszos feszültség esetén az áram mínusz koszinusz jellegű, mondhatni „késik” (állandósult jelünk van, a bekapcsolási tranziensek már lezajlottak). Az időbeli viszonyokat az alábbi ábra mutatja.



1.17. ábra. Induktivitáson (tekercsen) megjelenő áram és feszültség időbeli viszonyai.

Szinusz- és koszinusz (harmonikus) függvényekkel, melyek a deriválások során megjelennek, azért nehézkesek a számolások, mert ha ilyenekkel műveleteket végzünk, akkor a megfelelő komponenseket összegszabályokkal kell kibogarászni, a szinusz- és koszinusz függvények keverednek egymás között. Több elegáns módszer is kialakult arra hogy

csoportját különböztetjük meg: egyik ahol a lehető legpontosabban igyekszünk a linearitás feltételeit teljesíteni (akár csak kis jelekre is, l. az 1.4 fejezet gondolatmenetét), másik ahol a linearitástól a lehető legmesszebb megyünk, hogy újra stabil viselkedést kapjunk: ezek a véges állapottal rendelkező digitális rendszerek. Jelen fejezetben az összetett lineáris rendszerek viselkedését mutatjuk be.

1.5.1. Lineáris áramkörök elemei

A lineáris rendszerek azok, melyekre teljesül a szuperpozíció elve: két tetszőleges megoldás lineáris kombinációja is megoldás. Más módon fogalmazva: két tetszőleges megoldás összege is megoldás, és egy bármely megoldást egy számmal szorozva is megoldást kapunk. Elektronikus rendszereknél megoldás alatt azt értjük, hogy teljesülnek a Kirchoff-törvények, illetve minden alkatrészen megjelenő feszültség és átfolyó áram az alkatrész karakterisztikájának felel meg.

Szerencsés módon a Kirchoff-törvények lineárisak (akárcsak a Maxwell-egyenletek, melyekből következnek), tehát a linearitás feltétele, hogy lineáris karakterisztikájú elektronikus alkatrészeket használhatunk csak (kivétel nélkül minden alkatrésze teljesülnie kell ennek). Egyenfeszültségű esetben az ellenállás jöhetne szóba, ami nem vezetne különösebben izgalmas rendszerekhez. A matematikai műveletek közül a deriválás és az integrálás lineáris (gondoljunk függvények összegének vagy számszorosának deriválási és integrálási szabályaira): a deriválást és integrálást tartalmazó lineáris áram-feszültség összefüggésekkel bíró alkatrészeket tehát felhasználhatjuk.

A lineáris áramkörök alkatrészei ennek megfelelően előfordultak már a fentiekben: az ellenállás, a kondenzátor és az induktivitás. Ezen kétpólusok $I(t)$ árama és a pólusok között megjelenő $U(t)$ feszültség szabályai ezek voltak (a t az időfüggésre utal):

$$U(t) = RI(t) \tag{1.13}$$

$$I(t) = C \frac{dU(t)}{dt} \tag{1.14}$$

$$U(t) = L \frac{dI(t)}{dt} \tag{1.15}$$

Az R értékű ellenállás, C kapacitású kondenzátor és L értékű induktivitás esetén a feszültség és az áram között fennálló lineáris függvénykapcsolatok minden időpillanatban teljesülnek. Ez azt is jelenti hogy lineáris differenciálegyenletekkel kell dolgoznunk, hiszen éppen az időfüggés az ami érdekel minket. Fontos egyszerűsítési lehetőséget ad majd, hogy a linearitás miatt elegendő arányokat vizsgálni, például az áramok és feszültségek arányát (ami az ellenállás analógiája lesz).

Lineáris rendszerek vizsgálata szempontjából az időfüggő jelek egy speciális típusa kiemelkedő fontossággal bír, ezek az időben szinuszos- és koszinuszos jelek:

U_1 esetén U_2 és I adott értékű konstans, ez lesz tehát a munkapont.

Tekintsük most azt az esetet, ha (a konstans) U_1 -hez és U_2 -höz egy kis értékű jelet (perturbációt) adunk. Ezeket ΔU_1 -nek és ΔU_2 -nek jelölve:

$$U_1 + \Delta U_1 = (I + \Delta I)R + U_2 + \Delta U_2 \quad (1.8)$$

$$U_2 + \Delta U_2 = f(I + \Delta I) \quad (1.9)$$

ahol az áram változása ΔI . Ezeket a fenti 1.8 1.9 egyenletekből kivonva kapjuk:

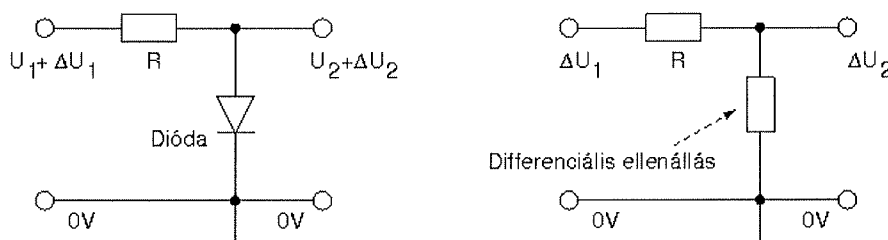
$$\Delta U_1 = \Delta IR + \Delta U_2 \quad (1.10)$$

$$\Delta U_2 = f(I + \Delta I) - f(I) \approx \frac{df}{dI} \Delta I \quad (1.11)$$

Az egyenletekben megjelenik az f függvény (a karakterisztika) deriváltja a munkapont helyén. A leegyszerűsödött egyenletet meg tudjuk már oldani:

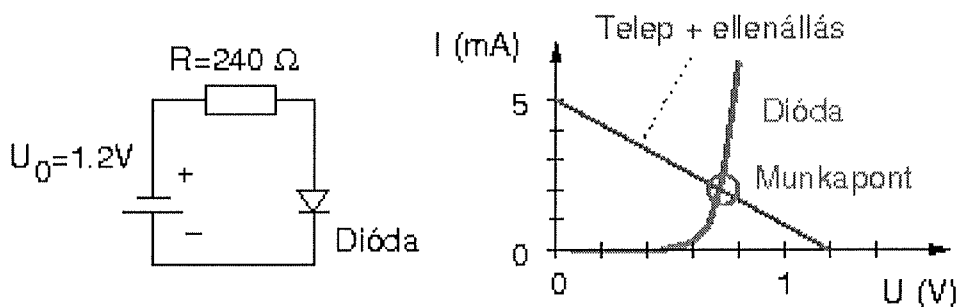
$$\Delta U_2 = \frac{\frac{df}{dI}}{\frac{df}{dI} + R} \Delta U_1 \quad (1.12)$$

Észrevehetünk két dolgot: egyik, hogy ΔU_2 arányos ΔU_1 -gyel, tehát valóban (a deriválttal való közelítés erejéig) valóban lineáris a kapcsolat a ki és bemenet között (pontosabban: a perturbáció ki és bemeneti értéke között). Másik, hogy a ΔU_2 -re kapott formula nagyon hasonlít a potenciométer formulára: mintha a diódát éppen egy $\frac{df}{dI}$ értékű ellenállással helyettesítettük volna. A 1.14 ábra szemlélteti a helyzetet.



1.14. ábra. Dióda helyettesítése ellenállással, kis perturbáló jelek esetén.

A fenti példa nagyon általános esetben is analóg módon teljesül: kis perturbációkra a munkapont körül úgy viselkedik a rendszer, hogy a karakterisztikák deriváltjaiból számolt ellenállásértéket elegendő figyelembe venni. Az $U(I)$ karakterisztika munkapont körüli $\frac{dU}{dI}$ deriváltját differenciális ellenállásnak nevezzük, melyet az 1.15 ábra szemléltet. (Ha a karakterisztika $I(U)$ függvényként adott, akkor a deriválási szabályok szerint a differenciális ellenállás éppen reciprok, azaz $1/(dI/dU)$, az adott munkapont körül számolva).



1.12. ábra. Telep, ellenállás és dióda sorbakapcsolása. A munkapont grafikus megkeresése, a dióda karakterisztikájának és a telep és ellenállás együttes karakterisztikájának metszéspontja alapján

egyetlen kétpólusként kezelni: ekkor az ellenálláson eső feszültség levonódik a telep feszültségéből, azaz az $I = (U_0 - U)/R$. Ez az egyenes a fenti ábrán is látható. Az U feszültség épp a diódán esik, azaz ugyanerre az (U, I) síkra felrajzolhatjuk a dióda karakterisztikáját is. A munkapont épp a két karakterisztika metszéspontja lesz, hiszen ez az egyetlen olyan pont, amikor mind a feszültségek, mind az áramok egyformák az eszközökön. Ez a fajta grafikus megoldás gyakori, és érdemes úgy elvégezni, hogy minél több karakterisztikát kiszámolunk az ismeretlenek számának csökkentése érdekében (adott esetben egybevettük az ellenállást és a telepet), majd megkeressük az így adódó karakterisztikák metszéspontját (annyi dimenzióban, ahány ismeretlenünk van, itt szerencsésen csak kettőben).

Bonyolult áramkörök esetében lehetséges hogy nehéz a munkapont meghatározása, ezért gyakran használnak olyan tervezési eszközöket, amivel a feladat egyszerűsíthető (ilyen pl. a SPICE). Ha az áramkör valamelyik két része például kondenzátorral van csak összekötve, akkor ezek munkapontjai egymástól függetlenek, hiszen a kondenzátoron nem folyik egyenáram.

1.4. Nemlineáris rendszerek kis perturbációk esetén

Fizikai alkalmazásokban
~~A fizikusok számára~~ a lineáris rendszerek kiemelten fontosak, mert hatékonyan számolható, jósolható a viselkedésük – legfontosabb példa a harmonikus oszcillátor. Ha egy rendszer lineáris, akkor a szuperpozíció elve teljesül: két adott megoldás összege, általános esetben ezek tetszőleges lineárkombinációja is helyes megoldás. A fentiekben láttuk hogy az elektronikus eszközök gyakran nem lineárisak: egy ideális telep feszültsége állandó akkor is ha duplájára növeljük a belőle kivett áramot. Időfüggetlen (egyenfeszültségű) nemlineáris rendszerek munkapontját a fentiek szerint számolhatjuk, tehát ez az eset is kezelhető.

méter egyenfeszültség- és egyenáram mérésére a legalkalmasabb, annak DC (direct current) üzemmódjában. Ebben az üzemmódban a kijelzett feszültség a mérendő feszültség tipikusan 0.1 - 1 másodperces *időre átlagolt* értéke. Váltakozó feszültség mérésére az AC üzemmódot használhatjuk, de ennek alkalmazása általában korlátozott: elsősorban a *hálózati 50Hz-es frekvenciájú, szinuszos jelek* esetén pontos (ekkor az amplitúdó úgynevezett effektív értékét mutatja, amit az 1.5.1 fejezetben definiálunk). Ha a jelek időben nem szinuszos alakúak és 50Hz-esek, akkor a multimétereket - amelyek szinuszos jelre vannak kalibrálva - kerüljük: ilyenkor az oszcilloszkópnak nevezett, a jelek időbeli viselkedésének részletes vizsgálatára való eszközt kell alkalmazni (az XXXX fejezet alapján).

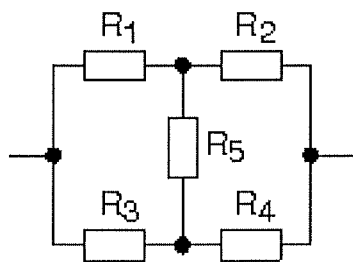
A feszültség (elektromos potenciál) zéruspontja szabadon választható. Elektronikus áramkörökben kivétel nélkül gyakorlati szempontok alapján választunk egy igen jól meghatározott zéruspontot. Ez a zéruspont lehet a „fizikai földpont”, ha a hálózati földeléssel kapcsolatban vagyunk, de ha nem, akkor is földpontnak (vagy testpontnak) nevezzük. A zéruspont általános esetben a készülék fémburkolatával is kapcsolatban van (például mobiltelefon), ami Faraday-kalitka elven árnyékolást ad a külső zavarokkal szemben. A zéruspont teleppel vagy akkumulátorral meghajtott eszközöknél a telep egyik pólusa szokott lenni, igen gyakori választás a negatív pólus. Ha egy adott áramkört pont feszültségének az értéke a kérdés, akkor azt mindig úgy értjük, hogy a *választott földponthoz mint referenciához képest* mért feszültség. A feszültség- és árammérő eszközöknek van egy hasonló módon funkcionáló, „közös” (common, COM vagy ground, GND) vezetéke, ezt érdemes az áramkör földpontjához kapcsolni méréseknél (ha lehetséges), mert így jobb árnyékolást kapunk a műszer által keltett nagyfrekvenciás zavarokkal szemben. A földpont és az árnyékolás problémáira még visszatérünk a XXXX fejezetben, ugyanis a tényleges, nagy sebességű elektronikai kapcsolások fizikai megvalósíthatósága nagyban függ a jól kialakított földeléstől.

1.3. Egyenfeszültségű kapcsolások, karakterisztikák

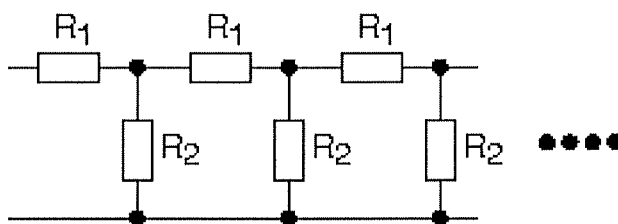
Egyenfeszültségűnek akkor nevezhetünk egy elektronikus rendszert, ha abban a feszültség- és áramviszonyok állandósultak, azaz gyakorlati szempontból konstansnak tekinthetők. Az időfüggetlenség azt vonja maga után, hogy az idő szerinti deriváltak zérusok, azaz a kondenzátorokon zérus áram folyik (szakadásnak tekinthetők), az induktivitásokon pedig zérus feszültség esik (rövidzárnak, vezetéknek tekinthetők). Egyenfeszültségű szempontból a fent említett, legegyszerűbb alkatrészek közül tehát csak az ellenállást kell figyelembe venni.

Az ellenállás egy két kivezetéssel, vagy két pólussal rendelkező eszköz. Egy adott áramkörben két paraméter jellemzi őt: a rajta eső U feszültség és az átfolyó I áram. Ez utóbbiak nem függetlenek: az $I = U/R$ teljesül az Ohm-törvény szerint.

Vannak olyan két kivezetéssel rendelkező eszközök is, melyek nem az Ohm-törvényt követik. Legegyszerűbb a telep vagy feszültséggenerátor, melynek a feszültsége független



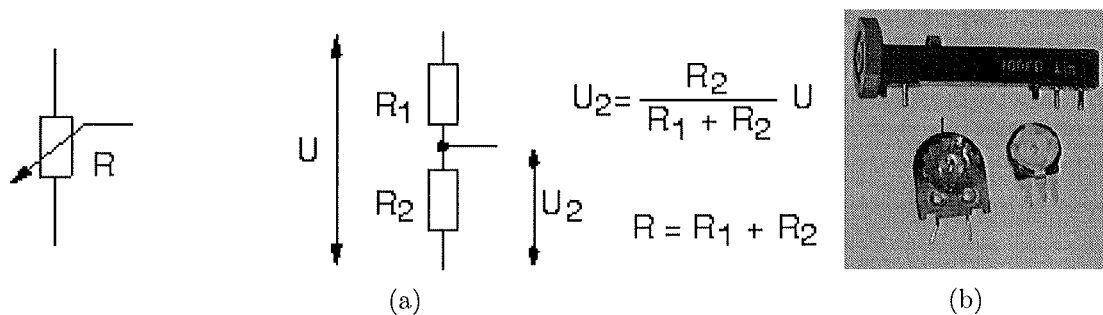
1.7. ábra. Hídkapcsolás



1.8. ábra. Létrakapcsolás, ami jobbfelé végtelen hosszan folytatható

való alakításánál (XXXX fejezet).

Az ellenállások nem csak fix értékben szerezhetők be, hanem vannak változtatható, potenciométernek nevezett kialakítások is, melyek mint szabályozók sokrétű alkalmazáshoz jutnak. A potenciométerek, melyeket a 1.9 ábra mutat, két ellenállás soros kapcsolásának tekinthetők, ahol a két ellenállás összege a kialakítás miatt mindig konstans.

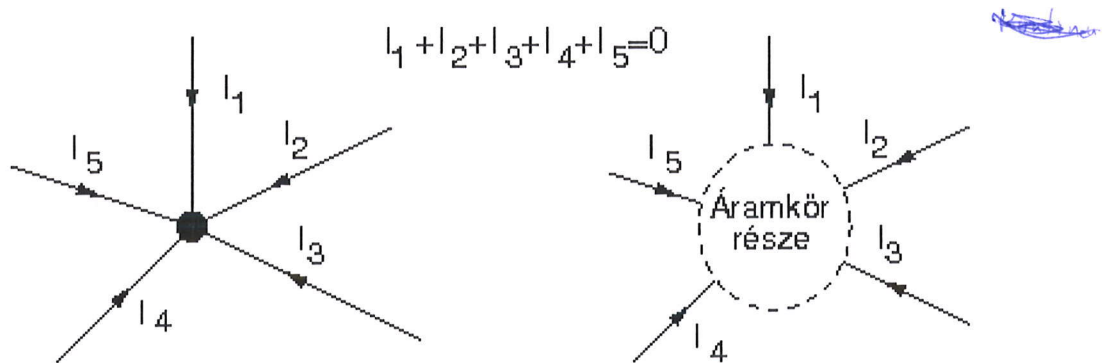


1.9. ábra. Potenciométer (változtatható értékű ellenállás) rajzjele és két soros ellenállással való helyettesítő képe. Fénykép: fizikai megvalósítás, jól látható a három csatlakozó

Ha a soros eredőre U feszültséget kapcsolunk, akkor az R_2 ellenálláson megjelenő feszültség a Kirchoff-törvényekből egyszerűen adódik: $U_2 = UR_2/(R_1 + R_2)$. Mivel

Ennek oka, hogy ha nem lenne így, akkor a ki nem egyenlített áram nagyon gyorsan töltést vinne a csomópontba, aminek így megnövekedne a potenciálja – ez pedig a töltés távozását segítené elő.

Általánosabban úgy is tekinthetjük, hogy ha egy tetszőleges tartományát kijelöljük az elektronikai kapcsolásnak, úgy hogy abból csak vezetékek jönnek ki- vagy be, akkor ezen vezetéseken folyó áramok is ki kell egyenlítsék egymást.



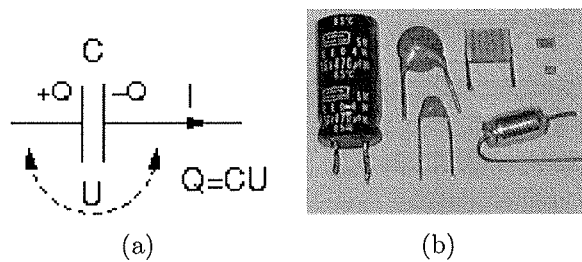
1.5. ábra. Csomóponti törvény (csomópontra vagy tetszőleges áramköri résztartományra)

A szabály akkor igaz, ha a (teljes) kiválasztott tartomány szórt kapacitása elegendően alacsony. A szórt kapacitások kapcsán említett becslést itt is felhasználhatjuk, azaz ha a tartomány mérete jóval kisebb mint a tipikusan használt jelfrekvenciákból számolható hullámhossz, akkor ez a Kirchoff-szabály nagy pontossággal teljesül. Ha nem sikerül a szabály feltételeit teljesíteni, az azzal a következménnyel jár, hogy az alkatrészek jelentős rádiósugárzást fognak kibocsátani, illetve képesek lesznek azt elnyelni – egy ilyen rendszer működése nagyon nehezen számolható, jósolható, tehát kerülendő. Összetett áramkörökben átgondolt tervezéssel (erre szintén kitér a XXXX fejezet) könnyen megoldható, hogy nagyon gyors jelekre is a csomóponti törvényt követő, helyes működést kapjunk.

A csomóponti törvény minden időpillanatban teljesül, ezért időfüggő áramkörök vizsgálatára is használjuk.

A Kirchoff-féle huroktörvény azt mondja ki, hogy egy áramkörben tetszőleges zárt hurkot felrajzolva, a pontok közt mérhető feszültség-különbségek előjeles összege zérus. Ez annak a feltételezésnek a következménye, hogy az egész áramkörre nézve, így bármely zárt hurkon belül nem változik a mágneses tér, tehát nem indukálódik feszültség. A szabály az energiamegmaradás analógiája: bármely zárt hurokban végigfuttatva egy próbatöltést, kezdeti és végső energiája ugyanakkora.

A huroktörvény érvényességi határa a fentiekhez nagyon hasonló: a hurok mérete jóval kisebb kell legyen mint a tipikus jelfrekvenciából vagy tipikus jelek változási sebességéből számolható méret (hullámhossz). Fontos hogy a huroktörvény is minden időpillanatban teljesül.

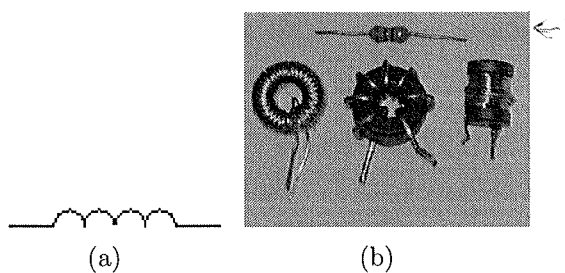


1.2. ábra. Kondenzátor rajzjele, a Q töltés megjelenése a két oldalon. Kép: kondenzátorok (klasszikus, jobbra fent SMD).

ilyen összefüggését fogjuk használni: $I = C \frac{dU}{dt}$. Az időbeli deriválás okozza majd az elektronikus áramkörök idő függvényében érdekes viselkedését, amit a tervezésnél széles körben kihasználunk. Kondenzátorok fizikai kialakítása a 1.2 képen látható (klasszikus és SMD verzióban).

A jelentős induktivitással rendelkező, klasszikusan tekercs formájában megvalósuló elektropikai eszköz működése azon alapul, hogy a rajta átfolyó áram mágneses teret kelt, aminek a változása feszültséget indukál. A mágneses tér csak a tekercs belsejében jelenik meg, azaz ismét jó közelítés, hogy az induktitásnak csak két kivezetése van, és köztük egy adott feszültségkülönbség mérhető. A Maxwell-egyenletekben megjelenő időbeli deriválás miatt az áram és a feszültség között a következő az összefüggés: $U = L \frac{dI}{dt}$, azaz éppen fordított a deriválás helye a kondenzátorhoz képest.

Induktivitások gyakorlati megvalósítására mutat példát az 1.3 kép.



1.3. ábra. Induktivitás (tekercs) rajzjele. Kép: tekercsek (toroidális és lineáris kialakítás, illetve felül tokozott alkatrész)

Tekercseket manapság sem olcsó kis méretekben jó minőségben előállítani, ezért használatuk eléggé behatárolt. Egy bonyolult, több ezer alkatrészt tartalmazó rendszerben is csak néhány induktivitás van azokon a helyeken ahol valóban fontosak. A transzformátorok két (vagy több) egymással mágneses csatolásban lévő tekercsből épülnek fel, ezeket a 1.5.7 fejezet tárgyalja.

Az egyenletek figyelembe veszik azt hogy az anyag polarizálható mind elektromosan (dielektrikumok), mind mágnesesen (például ilyen a ferromágnesség). A fenti egyenleteket tehát anyagi egyenletek is ^{kiegészítik}, amelyek megadják \mathbf{D} függését \mathbf{E} -től illetve \mathbf{H} függését \mathbf{B} -től. A rendszer teljes leírásához még szükség van annak ismeretére, hogy a töltések hogyan mozognak a külső \mathbf{E} és \mathbf{B} terekben. Elektronikus rendszerekben a töltések vezető anyagban (a vezetékben) mozognak, itt jó közelítéssel teljesül hogy az áram arányos az elektromos térerősséggel. A releváns anyagi egyenletek tehát:

$$\mathbf{D} = f(\mathbf{E}) \approx \epsilon \mathbf{E} \quad (1.5)$$

$$\mathbf{H} = g(\mathbf{B}) \approx (1/\mu) \mathbf{B} \quad (1.6)$$

$$\mathbf{j} = h(\mathbf{E}) \approx \sigma \mathbf{E} \quad (1.7)$$

ahol f , g és h elvileg tetszőleges, gyakran közel lineáris függvények. A Maxwell-egyenletek mint csatolt differenciálegyenletek megoldhatóságához még ^{meg} kell adni a határfeltételeket. Mindezekkel együtt a legritkább esetben kényszerül egy tervező arra hogy tényleges megoldást keressen, kivéve, ha az alábbiakban használható közelítések jelentős mértékben sérülnek. A Maxwell-egyenletek egyik nevezetes megoldása a végtelen, töltések nélküli térben fénysebességgel (300000km/s) terjedő elektromágneses hullám. Az elektronikus áramkörök tervezésének egyik legfontosabb szabálya, hogy elektromágneses hullámok keltését vagy elnyelését megpróbáljuk elkerülni (természetesen az adó-vevő berendezések kivételével).

Az U elektromos potenciál (vagy feszültség) az \mathbf{E} elektromos térerősség vonal menti integrálásával adódik, a potenciál gradiense éppen \mathbf{E} . Az I áramerősség egy vezető anyagban a \mathbf{j} áramsűrűségnek a vezető keresztmetszetére vett felületi integráljaként számolható.

A Maxwell-egyenletek alapján olyan rendszereket is kiszámolhatunk, mint pl. egy telepből, vezetékéből és izzólámpából álló egyszerű áramkör: a határfeltételek (a telep geometriai, fizikai és kémiai felépítése, vezeték és izzólámpa pontos anyagi és geometriai méretei, az izzólámpa gáztöltése, üvegbúra mérete, stb.) azonban nagyon bonyolult megoldandó egyenletrendszerre vezetnek, amit pl. véges numerikus közelítéssel lehetne megoldani. A helyzet hasonlít a mechanikában egy labda hajításához: a teljes, a labda molekuláit összekötő belső erők és a belső gáz részletes leírását egyszerűsítjük, első közelítésben mindössze egy tömegponttal közelítjük. Ehhez hasonlóan idealizált elektronikus alkatелеmek bevezetésével az áramkörök esetén is egyszerűsítjük a leírást. Az egyszerűsített kép segítségével megérthető a problémák nagy része, a rendszer leírása pedig jól közelíthető. Az egyszerűsített képet szükség szerint speciális esetekben bővíthetjük (ilyen pl. integrált antennával ellátott chip), hasonlóan ahhoz, mint amikor pl. a labda esetében figyelembe vesszük a közegellenállást.

hiszen pl. a mindig jelenlévő zajt sem lehet tökéletesen eltüntetni. Az adatok feldolgozása e mellett jelenti az adatok redukcióját, az esetlegesen nagy mennyiségű adatból való, összetett műveletekkel történő lényegi információ kinyerését is.

C Harmadik lépés az ember számára használható formára alakítás, ami egyszerűbb esetben mint egy számot mutató kijelző valósul meg, bonyolult esetben mint vizualizálható kép vagy ábra.

A fenti lépések közül teljes egészében kimaradhat a (B), ha nem elektronikus mérésről van szó. Mi az oka mégis annak, hogy mostanra elektronikus mérések helyettesítik a klasszikus eszközök legnagyobb részét?

A válasz összetett. Egyik ok, hogy a modern szenzorok kiválóak: nemcsak fény, hang, hőmérséklet, elmozdulás, nyomás, mágneses tér vagy elektromos vezetőképesség érzékelésére alkalmas, pontos és apró eszközök vannak, de akár ízek, szagok, a gravitáció vagy változatos típusú sugárzások mérése is megoldható. Másik ok, hogy ha az összetett szenzorokból nagy mennyiségű, és bonyolultan értelmezhető adatokat kapunk, akkor annak (B) pont szerinti feldolgozása modern számítógépes eszközökkel szintén kezelhetővé válik. Harmadik ok, hogy a kapott eredmények továbbítása, prezentációja szintén standard módon megoldható: akár a számítógép képernyőjén, akár hangjelzés vagy egyéb elektromos vezérlés formájában.

A fizikus számára a mérés technika kivétel nélkül mindig kapcsolatban van a számítógépes rendszerekkel, a számítástechnikai eszköz valójában a mérési berendezés részévé válik.

A hőmérséklet mérése klasszikus feladat, és klasszikus megoldása a folyadékok hőtágulásán alapuló, kapillárisban felfutó folyadékszál helyzetének vizuális leolvasásán alapul. Modern hőmérők digitális kijelzővel rendelkeznek, ami pontosabb és gyorsabb leolvasást tesz lehetővé. Mivel a szenzor itt tetszőlegesen választható, elterjedté váltak az olyan hőmérők is, amik érintés nélkül, infravörös sugárzás alapján mérnek: ezzel maga a mérés is kényelmesebbé tehető.

A fényképezés szintén klasszikus mérésnek tekinthető. A digitális fényképezőgépek elterjedésével alig emlékszünk már vissza az előhívás és rögzítés problémáira, nem is beszélve arról hogy a prezentációs módszerek is nagyban megváltoztak: körülményes lenne egy papírkép közzététele egy internetes közösségi oldalon. A modern digitális fényképezőgépek lelke a jó minőségű, több tízmillió homogén egyedi elemből álló fényérzékelő szenzor.

A hangátvitel rádiósugárzással való megoldása is beleillik a mérések fenti kivitelezési sémájába: a mikrofonnal elektronikussá alakított jelet feldolgozzuk, alkalmassá téve rádiósugárzással való továbbításra. Antennák segítségével kisugározzuk illetve érzékeljük a jelet, majd újabb feldolgozási lépéssel visszaállítjuk az eredetihez közeli elektronikus formájában. Ez utóbbit hangszóró teszi prezentálhatóvá, hallhatóvá.

A jegyzet az elektrodinamikai alapfogalmak, anyagfizikai ismeretek tárgyalásától indul. Bevezetjük az elektronikus alapkapsolásokat, az ezekre vonatkozó szabályokat.

Tartalomjegyzék

1. Elektronikai alapfogalmak	2
1.1. Az elektronika szerepe a mérés technikában	2
1.2. Az elektronikai kapcsolások működésének fizikai háttere	4
1.2.1. A Maxwell-egyenletek	4
1.2.2. Idealizált elektronikus alkatrészek	6
1.2.3. A Kirchoff-törvények	8
1.2.4. Feszültség- és árammérés	12
1.3. Egyenfeszültségű kapcsolások, karakterisztikák	13
1.4. Nemlineáris rendszerek kis perturbációk esetén	15
1.5. Lineáris áramkörök	18
1.5.1. Lineáris áramkörök elemei	19
1.5.2. Az alapvető lineáris alkatrészek áram- és feszültségviszonyai állandósult jelekre	20
1.5.3. Egyszerű szűrőáramkörök	24
1.5.4. A lineáris hálózatok általános jellemzői	30
1.5.5. Bekapcsolási jelenségek, tranziensek	32
1.5.6. RLC áramkörök	35
1.5.7. Transzformátorok	41